

SECTION A

1. (a) एक रॉकेट ऊर्ध्वाधर दिशा में गति  $v_0$  से भेजा जाता है। अतः इसकी गति  $v$ , ऊँचाई  $h$  पर  $v_0$ ,  $h$ ,  $R$  (पृथ्वी की त्रिज्या) और  $g$  (पृथ्वी की सतह पर गुरुत्वीय त्वरण) के पदों में व्यक्त कीजिए।  
 रॉकेट द्वारा प्राप्त की गई अधिकतम ऊँचाई का परिकलन भी कीजिए जो कि पलायन वेग के 90% चाल से प्रक्षेपित किया जाता है।  
 A rocket starts vertically upward with speed  $v_0$ . Then define its speed  $v$  at a height  $h$  in terms of  $v_0$ ,  $h$ ,  $R$  (radius of Earth) and  $g$  (acceleration due to gravity on Earth's surface).  
 Also calculate the maximum height attained by a rocket fired with a speed of 90% of the escape velocity.

10

- (b) अर्धव्यास  $R$  और द्रव्यमान  $M$  के एक एकसमान ठोस अर्ध-गोले के द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति उसके आधार के केन्द्र-बिन्दु से निर्धारित कीजिए।  
 Determine the location of the centre of mass of a uniform solid hemisphere of radius  $R$  and mass  $M$  from the centre of its base.

10

- (c) एक 1 m लम्बी और 1 mm व्यास की रबड़ की डोरी एक सिरे पर जड़ित है और उसके दूसरे सिरे पर 1 kg का भार लटका है। यदि रबड़ का यंग गुणांक  $0.05 \times 10^{11} \text{ dynes cm}^{-2}$  है, तो भार के ऊर्ध्वाधर दोलनों का आवर्तकाल ज्ञात कीजिए।  
 A rubber cord 1 m in diameter and 1 m long is fixed at one end and a weight of 1 kg is attached to the other end. If the Young's modulus of rubber is  $0.05 \times 10^{11} \text{ dynes cm}^{-2}$ , then find the period of the vertical oscillations of the weight.

10

- (d) न्यूटन के वलय क्या हैं? ये वलय दो वक्रीय तलों के द्वारा किस प्रकार बनते हैं?  
 What are Newton's rings? How are they formed by two curved surfaces?

10

- (e) एक अवमन्दित दोलक पर एक बिन्दु के विस्थापन ( $X$ ) के लिए समीकरण निम्नलिखित है :

$$x = 5 e^{-0.25t} \sin \left( \frac{\pi}{2} \right) t \text{ मीटर}$$

$t = \frac{T}{4}$  और  $T$  पर दोलन बिन्दु का वेग ज्ञात कीजिए, जहाँ  $T$  दोलक का आवर्तकाल है। प्रत्येक स्थिति में वेग की दिशा क्या है?

The equation for displacement ( $X$ ) of a point on a damped oscillator is given by

$$x = 5 e^{-0.25t} \sin \left( \frac{\pi}{2} \right) t \text{ metres.}$$

Find the velocity of oscillating point at  $t = \frac{T}{4}$  and  $T$ , where  $T$  is the time period of the oscillator. What is the direction of velocity in each case?

10

- Q2.** (a) एक ठोस शंकु के जड़त्व आघूर्ण के लिए व्यंजक उसके (i) ऊर्ध्वाधर अक्ष और (ii) उसके आधार के समान्तर और शीर्ष से होकर गुजरते हुए अक्ष के परितः प्राप्त कीजिए ।  
Obtain expressions for the moment of inertia of a solid cone about its  
(i) vertical axis and (ii) axis passing through the vertex and parallel to its base. 20

- (b) एक 5 m लम्बा और 8 cm व्यास का शैफ्ट 300 परिक्रमण प्रति मिनट की दर पर 8 kW शक्ति संचारित कर रहा है । यदि शैफ्ट के पदार्थ का दृढ़ता गुणांक  $8 \times 10^{11}$  dynes/cm<sup>2</sup> है, तो शैफ्ट के दोनों सिरों के बीच आपेक्षिक विस्थापन की गणना कीजिए ।  
A shaft of diameter 8 cm and length 5 m is transmitting power of 8 kW at 300 revolutions per minute. If the coefficient of rigidity of the material of the shaft be  $8 \times 10^{11}$  dynes/cm<sup>2</sup>, then calculate the relative shift between the ends of the shaft. 15

- (c) दैर्घ्य (लम्बाई) संकुचन से आप क्या समझते हैं ? अपनी लम्बाई के सापेक्ष  $60^\circ$  के झुकाव की दिशा में  $0.8c$  के वेग से गतिशील एक छड़ के प्रतिशत दैर्घ्य (लम्बाई) संकुचन की गणना कीजिए ।

What do you understand by length contraction ? Calculate the percentage length contraction of a rod moving with a velocity  $0.8c$  in a direction inclined at  $60^\circ$  with respect to its own length. 15

- Q3.** (a) व्यतिकरण की शर्तों की चर्चा कीजिए । यंग के द्वि-स्लिट प्रयोग का वर्णन कीजिए एवं फ्रिंज की चौड़ाई अनुमानित करने के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए । विभिन्न प्राचलों (पैरामीटर्स) पर उसकी निर्भरता की चर्चा कीजिए ।

एक संकीर्ण स्लिट से निकल कर  $5100 \text{ \AA}$  तरंगदैर्घ्य का हरा प्रकाश एक द्वि-स्लिट पर आपतित होता है । यदि 10 फ्रिंजों का कुल अन्तराल 200 cm की दूरी पर स्थित एक पर्दे पर 2 cm है, तो स्लिट पार्थक्य (अन्तराल) ज्ञात कीजिए ।

Discuss the conditions for interference. Describe Young's double-slit experiment and derive an expression for the estimation of fringe width. Discuss its dependency on various parameters.

Green light of wavelength  $5100 \text{ \AA}$  from a narrow slit is incident on a double-slit. If the overall separation of 10 fringes on a screen 200 cm away is 2 cm, find the slit separation. 20

(b) ज़ोन प्लेट क्या है ? इसका सैद्धान्तिक विवरण दीजिए । दिखाइए कि ज़ोन प्लेट के कई फोकस केन्द्र (foci) होते हैं । ज़ोन प्लेट और उत्तल लेंस में अन्तर स्पष्ट कीजिए ।

एक 60 cm फोकस दूरी के उत्तल लेंस की तरह काम करने वाली एक ज़ोन प्लेट के प्रथम अर्ध आवर्तन ज़ोन के अर्धव्यास की गणना  $6000 \text{ \AA}$  तरंगदैर्घ्य के प्रकाश के लिए कीजिए ।

What is a zone plate ? Give its theoretical description. Show that a zone plate has multiple foci. Differentiate a zone plate from a convex lens.

Calculate the radius of the first half period zone in a zone plate behaving

like a convex lens of focal length 60 cm for light of wavelength  $6000 \text{ \AA}$ . 15

(c) उद्दीपित उत्सर्जन की व्याख्या के लिए आइन्स्टाइन की अवधारणाओं की संक्षेप में चर्चा कीजिए । आइन्स्टाइन के A और B गुणांकों के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए और दिखाइए कि स्वतः एवं उद्दीपित उत्सर्जनों के गुणांकों का अनुपात विकिरण की आवृत्ति के घन के समानुपाती होता है । X-किरणों जैसी उच्च आवृत्तियों की रेंज में लेज़र क्रिया प्राप्त करना क्यों कठिन है ?

क्या ऐसा तापमान हो सकता है जहाँ स्वतः एवं उद्दीपित उत्सर्जनों की दरें समान हों ? इसको तरंगदैर्घ्य  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$  के लिए समझाइए ।

Briefly discuss the postulates of Einstein to explain stimulated emission. Derive an expression for Einstein's A and B coefficients and show that the ratio of coefficients of spontaneous versus stimulated emission is proportional to the third power of frequency of radiation. Why is it difficult to achieve laser action in higher frequency ranges such as X-rays ?

Can there be a temperature at which the rates of spontaneous and stimulated emission are equal ? Illustrate with wavelength  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ . 15

(a) गतिज ऊर्जा के लिए आपेक्षिकीय व्यंजक की स्थापना द्रव्यमान के वेग के साथ बदलाव को ध्यान में रखते हुए कीजिए । अतः एक आपेक्षिकीय कण के लिए संवेग (p) एवं ऊर्जा (E) के बीच संबंध  $\frac{dE}{dp} = v$  को स्थापित कीजिए ।

Derive the relativistic expression for kinetic energy by considering mass variation with velocity. Hence, establish the relation between momentum (p) and energy (E) for a relativistic particle;  $\frac{dE}{dp} = v$ . 20

- b) चरम मार्ग (पथ) के फ़र्मा के सिद्धांत का उल्लेख कीजिए और उसकी व्याख्या कीजिए। फ़र्मा के सिद्धांत के संदर्भ में प्रकाश के सरलरेखीय संचरण एवं प्रकाश की किरणों की उत्क्रमणीयता की चर्चा कीजिए। फ़र्मा के सिद्धांत का उपयोग करते हुए पतले लेंस (thin lens) के सूत्र की उत्पत्ति कीजिए।

State and explain Fermat's principle of extremum path. Discuss the cases of rectilinear propagation of light and reversibility of light rays in context of Fermat's principle. Using Fermat's principle, deduce the thin lens formula.

15

- (c) कैल्साइट क्रिस्टल में द्वि-अपवर्तन की परिघटना को समझाइए। द्वि-अपवर्ती क्रिस्टल को कुचालक पदार्थ मान कर विद्युत्-चुम्बकीय सिद्धांत का उपयोग करते हुए द्वि-अपवर्तन की व्याख्या कीजिए।

एक ऐसी द्वि-अपवर्ती प्लेट की मोटाई की गणना कीजिए जो कि साधारण एवं असाधारण तरंगों के बीच  $\frac{\lambda}{4}$  का पथांतर उत्पन्न करती है।

दिया गया है :

$$\lambda = 5890 \text{ \AA}, \mu_o = 1.53, \mu_e = 1.54$$

Explain the phenomenon of double refraction in calcite crystal. Considering birefringent crystal as non-conducting material, explain double refraction using electromagnetic theory.

Calculate the thickness of a double refracting plate which produces a path difference of  $\frac{\lambda}{4}$  between extraordinary and ordinary waves.

Given :

$$\lambda = 5890 \text{ \AA}, \mu_o = 1.53, \mu_e = 1.54$$



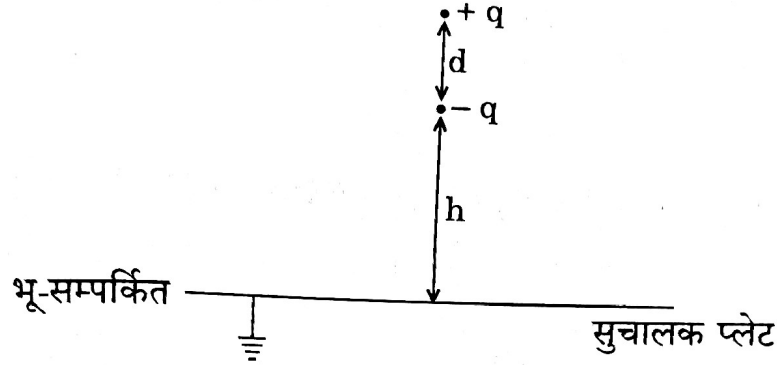
## खण्ड B

### SECTION B

Q5.

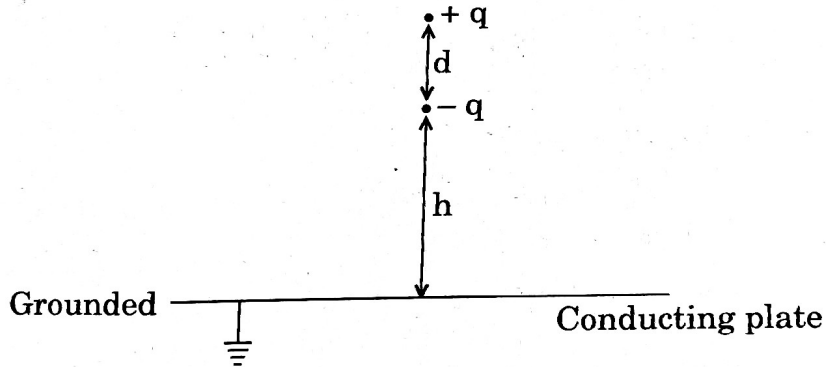
(a)

जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है, एक भू-सम्पर्कित अनन्ततः बृहत् क्षैतिज सुचालक प्लेट से  $h$  ऊँचाई पर एक ऊर्ध्वाधर दिशा में अभिविन्यासित द्विध्रुव आघूर्ण  $\vec{p}$  का वैद्युत द्विध्रुव रखा है। प्रतिबिम्ब विधि का उपयोग करते हुए वैद्युत द्विध्रुव और सुचालक प्लेट के बीच बल की गणना कीजिए।



A vertically oriented electric dipole having dipole moment  $\vec{p}$  is kept at height  $h$  above an infinitely large horizontal conducting plate, which is grounded as shown in the diagram. Calculate the force between the electric dipole and the conducting plate by using method of images.

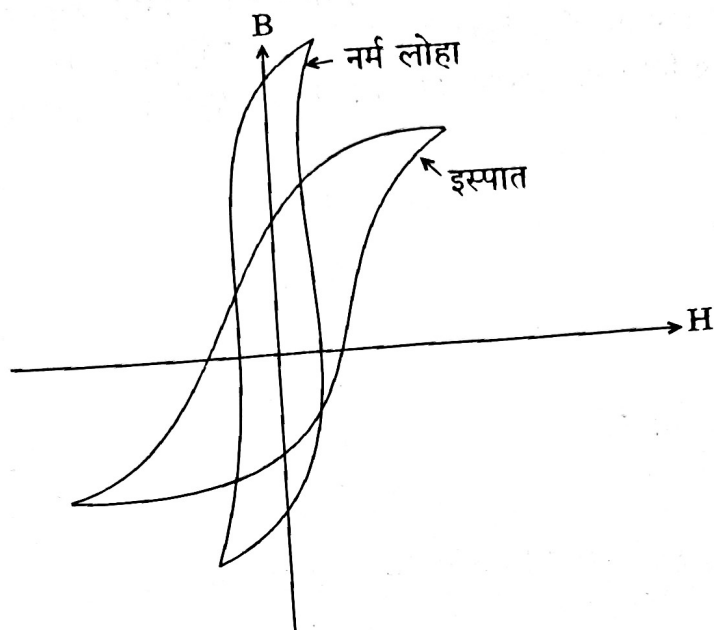
10



- (b) दिए गए विद्युत्-क्षेत्र  $E = E_0 e^{i\omega t}$  के लिए दिखाइए कि चालन धारा विद्युत्-क्षेत्र के साथ कला में होती है तथा विस्थापन धारा विद्युत्-क्षेत्र की कला से  $\frac{\pi}{2}$  रेडियन आगे होती है। यह भी दिखाइए कि विस्थापन धारा एक अच्छे सुचालक में चालन धारा की तुलना में सभी आवृत्तियाँ जो कि प्रकाशीय आवृत्तियों से कम हैं ( $f < 10^{15}$  Hz), पर नगण्य होती हैं।

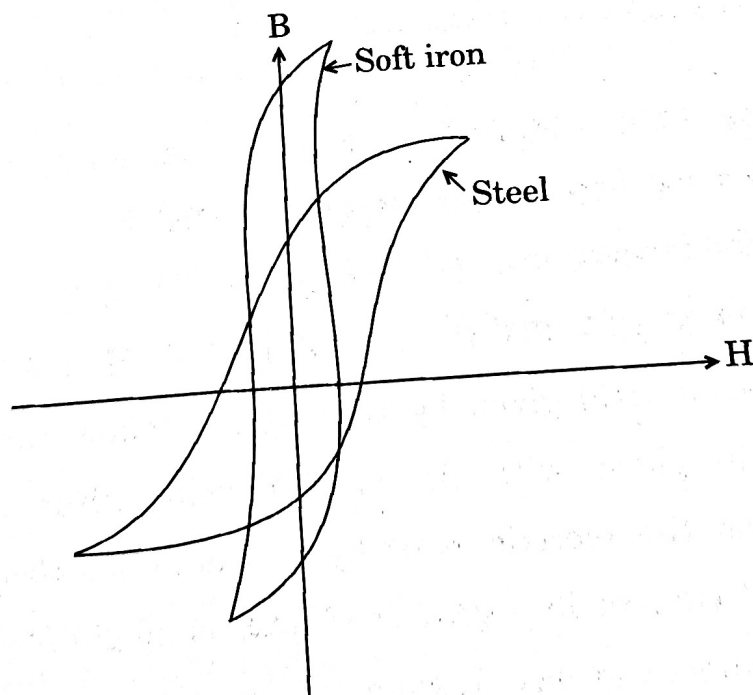
For the electric field given by  $E = E_0 e^{i\omega t}$ , show that the conduction current is in phase with the electric field, while the displacement current leads the electric field by  $\frac{\pi}{2}$  radians. Also, show that the displacement current in a good conductor is negligible compared to the conduction current at any frequency lower than the optical frequencies ( $f < 10^{15}$  Hz).

- (c) चित्र में दर्शाए गए नर्म लोहे और इस्पात के लिए शैथिल्य पाशों को आधार बनाकर बताइए कि आप कौन-से पदार्थ का उपयोग ट्रांसफॉर्मर की क्रोड को बनाने में करेंगे और क्यों ?



Based on the hysteresis loops for soft iron and steel as shown in the diagram, which material would you prefer to utilise for making transformer cores and why ?

10



- (d) एक विसरणीय अन्तःक्रिया वाले निकाय के लिए ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम का उल्लेख कीजिए। स्थिर आयतन पर 10 g हवा का तापक्रम  $2^\circ\text{C}$  बढ़ाया जाता है। उसकी आन्तरिक ऊर्जा में वृद्धि की गणना कीजिए।

दिया गया है :  $C_v = 0.172 \text{ cal g}^{-1} ^\circ\text{C}^{-1}$

State the first law of thermodynamics for a diffusively interacting system. The temperature of 10 g of air is raised by  $2^\circ\text{C}$  at constant volume. Calculate the increase in its internal energy.

Given :  $C_v = 0.172 \text{ cal g}^{-1} ^\circ\text{C}^{-1}$

10

- (e) (i) एक  $\nu$  आवृत्ति के क्वांटम आवर्ती (हार्मोनिक) दोलक के ऊर्जा स्तर इस प्रकार दिए गए हैं :

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) h\nu, \text{ जहाँ } n = 0, 1, 2, \dots$$

इसका संवितरण फलन परिकलित कीजिए।

The energy level of a quantum harmonic oscillator with frequency  $\nu$  is given by

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) h\nu, \text{ where } n = 0, 1, 2, \dots$$

Calculate its partition function.

- (ii) एक द्वि-स्तरीय निकाय का संवितरण फलन परिकलित कीजिए।

Calculate the partition function of a two level system.

10

- Q6. (a) स्थिर-वैद्युत क्षेत्र के लिए डाइवर्जेंस (अपसरण) और कर्ल के व्यंजक लिखिए। इनसे प्वासों और लाप्लास समीकरणों को प्राप्त कीजिए।  
त्रिज्याओं  $r_1$  और  $r_2$  ( $r_1 < r_2$ ) की दो संकेन्द्री सुचालक गोलीय कोशों को क्रमशः  $V_1$  और  $V_2$  विभव पर आवेशित किया जाता है। उन दोनों कोशों के बीच अंतराल में विद्युत् विभव और अतः विद्युत्-क्षेत्र की गणना कीजिए। आन्तरिक कोश पर आवेश की मात्रा को भी ज्ञात कीजिए।

Write expressions for divergence and curl of an electrostatic field. From these, obtain Poisson and Laplace equations.

Two concentric conducting spherical shells having radii  $r_1$  and  $r_2$  ( $r_1 < r_2$ ) are charged to potentials  $V_1$  and  $V_2$ , respectively. What are the electric potential and hence electric field in the space between the shells? Also find the charge on the inner shell.

15

- (b) एक आदर्श LC परिपथ में विद्युत् एवं चुम्बकीय क्षेत्रों के दोलनों का वर्णन कीजिए ।  
एक परिपथ में प्रयुक्त वोल्टेज फेज़र  $(4 + 3i)$  वोल्ट है और परिणामी धारा फेज़र  $(3 + 4i)$  ऐम्पियर है । फेज़र चित्र को रेखांकित कीजिए । परिपथ की प्रतिबाधा ज्ञात कीजिए एवं बताइए कि यह प्रेरणिक अथवा धारिता में दोनों में से किस प्रकृति का है । परिपथ में शक्ति क्षय भी ज्ञात कीजिए ।

Describe the oscillations of electric and magnetic fields in an ideal LC circuit.

The applied voltage phasor in a circuit is  $(4 + 3i)$  volt and resulting current phasor is  $(3 + 4i)$  ampere. Draw the phasor diagram. Determine the impedance of the circuit and indicate whether it is inductive or capacitive in nature. Also find the power dissipation in the circuit.

15

- (c) निर्वात के लिए दिखाइए कि विद्युत्-चुम्बकीय (EM) तरंग की प्रकृति अनुप्रस्थ होती है । निर्वात हेतु दिखाइए कि किसी तल S जो कि आयतन V को घेरता है, से होकर जाने वाला कुल विद्युत्-चुम्बकीय अभिवाह (फ्लक्स), उस आयतन V से होने वाली विद्युत्-चुम्बकीय ऊर्जा के हास दर के बराबर होती है ।

एक 2 mm व्यास की लेज़र पुंज की औसत शक्ति 20 GW है । लेज़र पुंज में विद्युत् और चुम्बकीय क्षेत्रों के शिखर मानों की गणना कीजिए ।

For free space show that electromagnetic (EM) wave is transverse in nature. Show that for free space, the total outward flux of EM energy through surface S bounding volume V is equal to the rate of loss of EM energy from the volume V.

A laser beam of 2 mm diameter has average power of 20 GW. Calculate the peak values of electric and magnetic fields in the laser beam.

20

- Q7. (a) निम्न तापमान प्राप्त करने के लिए रुद्धोष्म विचुंबकन प्रक्रम के सिद्धान्त की चर्चा कीजिए । रुद्धोष्म विचुंबकन द्वारा उत्पन्न एक अनुचुम्बकीय पदार्थ के तापमान में गिरावट की गणना कीजिए जिसका प्रारम्भिक ताप 3 K था और जब चुम्बकीय क्षेत्र को 10,000 ओरस्टेड से स्विच ऑफ कर शून्य कर दिया जाता है । दिया गया है : नियत चुम्बकीय क्षेत्र पर ऊष्मा धारिता  $= 0.2 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1}$  और क्यूरी नियतांक प्रति ग्राम मोल प्रति सेमी<sup>3</sup>  $= 0.042 \text{ erg K}^{-1} \text{ g}^{-1} \text{ Oe}^{-2}$ .

Discuss the principle of adiabatic demagnetization process to achieve low temperatures.

Determine the fall in temperature produced by adiabatic demagnetization of a paramagnetic material at initial temperature of 3 K when the magnetic field is switched off from 10,000 oersted to zero. Given : heat capacity at constant magnetic field  $= 0.2 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1}$  and Curie constant per gram mole per cm<sup>3</sup>  $= 0.042 \text{ erg K}^{-1} \text{ g}^{-1} \text{ Oe}^{-2}$ .

- (b) एक मुक्त कण के लिए त्रि-विमीय मैक्सवेल-बोल्ट्ज़मान बंटन से प्रारम्भ करते हुए एक कण की वर्ग-माध्य-मूल (rms) गति का व्यंजक प्राप्त कीजिए। नाइट्रोजन ( $N_2$ ) अणु की कक्ष ताप ( $27^\circ C$ ) पर वर्ग-माध्य-मूल गति की गणना कीजिए।

Starting from Maxwell-Boltzmann distribution for a free particle in 3-dimension, obtain the expression for root mean square (rms) speed of a particle. Calculate the rms speed of nitrogen ( $N_2$ ) molecule at room temperature ( $27^\circ C$ ).

20

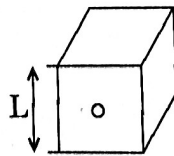
- (c) क्लॉसियस-क्लैपेरॉन समीकरण को प्राप्त कीजिए। इस समीकरण का उपयोग करते हुए दिखाइए कि द्रव और वाष्प प्रावस्थाओं की प्रावस्था सीमा पर  $p$ - $T$  संबंध,  $p = p_0 e^{-L/kT}$  के रूप में लिखा जा सकता है। यहाँ यह माना गया है कि गुप्त ऊष्मा  $L$  तापमान पर निर्भर नहीं करती है, वाष्प एक आदर्श गैस है और  $V_{\text{वाष्प}} = V \gg V_{\text{द्रव}}$  और  $p \rightarrow p_0$  जबकि  $T \rightarrow \infty$ .

Obtain the Clausius-Clapeyron equation. Using this equation, show that for the phase boundary of the liquid and vapour phases,  $p$ - $T$  relation can be written as  $p = p_0 e^{-L/kT}$ . Here it has been assumed that the latent heat  $L$  is independent of temperature, that vapour is treated as an ideal gas and that  $V_{\text{vapour}} = V \gg V_{\text{liquid}}$  and that  $p \rightarrow p_0$  as  $T \rightarrow \infty$ .

15

- Q8. (a) चिरसम्मत (Classical) भौतिकी की ऐतिहासिक विफलता के पीछे एक कृष्णिका के द्वारा उत्सर्जित विद्युत्-चुम्बकीय विकिरणों को वर्णित न कर पाना है। एक आदर्श कृष्णिका के लिए सरल मॉडल मान लीजिए, जो कि एक घननुमा कोटर है, जिसकी एक भुजा  $L$  है और जिसमें एक तल पर एक सूक्ष्म छिद्र है।

- (i) चिरसम्मत ऊर्जा समविभाजन को मानते हुए औसत ऊर्जा प्रति इकाई आयतन और प्रति इकाई आवृत्ति विस्तार के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। यह परिणाम किस तरह से वास्तविक प्रेक्षण से विचलित हो रहा है? इस नियम को क्या कहते हैं?

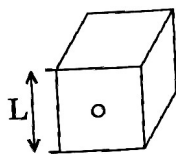


- (ii) प्रमात्रा (क्वान्टम) विचार को ध्यान में रखते हुए उपर्युक्त आकलन को पुनः कीजिए जिससे कि उचित प्रेक्षित स्पेक्ट्रमी ऊर्जा वितरण के लिए व्यंजक प्राप्त किया जा सके। छिद्र से कुल उत्सर्जित शक्ति की तापमान पर निर्भरता ज्ञात कीजिए।



A historic failure of Classical Physics is its inability to describe the electromagnetic radiation emitted from a black body. Consider a simple model for an ideal black body consisting of a cubic cavity of side  $L$  with a small hole on one side.

- (i) Assuming the classical equipartition of energy, derive an expression for the average energy per unit volume and unit frequency range. In what way does this result deviate from actual observation? What is this law called?



- (ii) Repeat the calculations now using quantum idea to obtain an expression that properly accounts for the observed spectral distribution. Find the temperature dependence of the total power emitted from the hole.

20

- (b) निर्वात में मैक्सवेल समीकरणों को अवकल एवं समाकल दोनों रूपों में लिखिए। तरंग समीकरणों को प्राप्त कीजिए एवं दिखाइए कि विद्युत्-चुम्बकीय तरंगें निर्वात में प्रकाश की गति से गतिमान हो सकती हैं। क्या मैक्सवेल समीकरणों के समाकल रूप से तरंग समीकरणों को प्राप्त किया जा सकता है?

Write Maxwell's equations in free space in both differential and integral forms. Obtain wave equations and show that electromagnetic waves can travel in free space with a speed of light. Can one get the wave equations from the integral form of the Maxwell's equations?

15

- (c) एक  $10 \Omega$  का प्रतिरोधक, एक  $1.0 \mu F$  के संधारित्र और एक विद्युत्-वाहक बल  $12.0 V$  की बैटरी से श्रेणीक्रम में सम्बद्ध है। समय  $t = 0$  पर स्विच बन्द करने से पहले संधारित्र अनावेशित है।

निम्नलिखित का आकलन कीजिए :

- (i) समय नियतांक।

- (ii) समय  $t = 46$  सेकण्ड पर प्लेटों पर अंतिम आवेश का कितना भाग है?

- (iii) समय  $t = 46$  सेकण्ड पर प्रारम्भिक धारा का कितना भाग शेष रहता है?

मान लीजिए कि बैटरी का आंतरिक प्रतिरोध शून्य है तथा सभी जुड़े हुए तारों का प्रतिरोध नगण्य है।

A  $10\ \Omega$  resistor is connected in series with a capacitor of  $1.0\ \mu\text{F}$  and a battery with emf  $12.0\ \text{V}$ . Before the switch is closed at time  $t = 0$ , the capacitor is uncharged.

Calculate the following :

- (i) The time constant.
- (ii) What fraction of the final charge is on the plates at the time  $t = 46$  seconds ?
- (iii) What fraction of the initial current remains at the time  $t = 46$  seconds ?

Consider that the internal resistance of the battery is zero and neglect the resistance of all the connecting wires.