# 2021

# PHYSICS

# भौतिकी

Time : 3 hours ] [ Maximum Marks : 200

समय : 3 घंटे ] [ अधिकतम अंक : 200

***Instructions*** ( निर्देश ) :

*(i)* This paper is divided into *two* Sections, Section—A and Section—B.

ये प्रश्नपत्र दो खंडों में विभाजित है, खंड—A और खंड—B ।

*(ii)* Each Section contains **eight** questions.

प्रत्येक खंड में **आठ** प्रश्न हैं।

*(iii)* A candidate has to attempt **twelve** questions.

एक परीक्षार्थी को **बारह** प्रश्नों का उत्तर लिखना है।

*(iv)* Question Nos. **1** and **9** are compulsory and out of the remaining, *any* **ten** are to be attempted choosing **five** from each Section.

प्रश्न संख्या **1** और **9** अनिवार्य हैं और शेष प्रश्नों में से किन्हीं **दस** का उत्तर लिखना है, प्रत्येक खंड से **पाँच–पाँच** प्रश्नों को हल करना है।

*(v)* Question Nos. **1** and **9** consist of *five* parts each. Each part will be of **6** marks. Word limit will be *150* (in relevant subjects only).

प्रश्न संख्या **1** और **9** के पाँच–पाँच भाग हैं। प्रत्येक भाग के लिए **6** अंक निर्धारित हैं। शब्द संख्या *150* तक सीमित है (मात्र सम्बद्ध विषयों में)।

*(vi)* Remaining questions will be of **14** marks each.

शेष प्रश्न **14** अंकों के प्रति प्रश्न होंगे।

## SECTION—A
## खंड—A

**1.** Answer the following questions : 6×5=30

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें :

*(a)* Deduce the number of resonator between frequency range $v$ and $v + dv$. (Assume the walls of cubic enclosure is perfectly reflecting.) 6

आवृति परिसर $v$ और $v + dv$ के बीच रेजोनेटर (अनुनादक) की संख्या को निकालें। (मान लें कि क्यूबिक एनक्लोजर की दीवारें पूरी तरह से प्रतिबिंबित हो रही हैं।)

*(b)* An $xyz$ coordinate system is rotating with respect to an $x'y'z'$ coordinate system having the same origin and assumed to be fixed in space. The angular velocity of $xyz$ system relative to the $x'y'z'$ system is given by $\omega = 2t\hat{i} - t^2\hat{j} + (2t+4)\hat{k}$, where $t$ is the time. The position vector of a particle at time $t$ as observed in the $xyz$ system is given by $\vec{r} = (t^2+1)\hat{i} - 6t\hat{j} + 4t^3\hat{k}$. Calculate Coriolis and centripetal acceleration. 6

एक $xyz$ को-ऑर्डिनेट सिस्टम $x'y'z'$ को-ऑर्डिनेट सिस्टम के संदर्भ में घूम रहा है जिनका ऑरिजिन समान हैं और मान लें कि इनका ऑरिजिन स्पेस में अवस्थित है। $xyz$ प्रणाली से सापेक्ष $x'y'z'$ का कोणीय वेग $\omega = 2t\hat{i} - t^2\hat{j} + (2t+4)\hat{k}$ है, जहाँ $t$ समय को निर्देशित करता है। $t$ समय पर एक पार्टिकल की पोजीशन वेक्टर (स्थिति सदिश) जैसे कि $xyz$ प्रणाली में दिया गया है $\vec{r} = (t^2+1)\hat{i} - 6t\hat{j} + 4t^3\hat{k}$ है। कोरिओलिस और अभिकेन्द्र त्वरण को ज्ञात करें।

*(c)* A point charge $q$ of mass $m$ is kept at a distance $d$ below a grounded infinite conducting sheet which lies in the $x$-$y$ plane. What is the value of $d$ for which the charge remains stationary? 6

एक प्वॉइंट आवेश (charge) $q$ जिसकी द्रव्यमान (mass) $m$ है और इसे एक ग्राउन्डेड इनफाइनाइट कंडक्टिंग शीट में $d$ दूरी पर रखा गया है जो $x$-$y$ समतल में अवस्थित है। यदि चार्ज स्थिर (stationary) रहता है तो $d$ की मान क्या है?

*(d)* A plane monochromatic light wave falls normally on a diaphragm with two narrow slits separated by a distance $d = 2{\cdot}5$ mm. A fringe pattern is formed on a screen placed at a distance of 100 cm behind the diaphragm. By what distance and in which direction will these fringes be displaced when one of the slits is covered by a glass plate of thickness 10 μm? 6

एक समतल मोनोक्रोमैटिक प्रकाश तरंग सामान्य रूप से एक डायफ्राम पर गिरती है, जिसमें दो संकीर्ण स्लिट्स होते हैं जो दूरी $d = 2{\cdot}5$ mm से अलग होते हैं। डायफ्राम के पीछे 100 cm की दूरी पर रखे स्क्रीन (पर्दे) पर एक फ्रिंज पैटर्न बनता है। कितनी दूरी पर और किस दिशा में ये फ्रिंज विस्थापित होगा, यदि किसी एक स्लिट को काँच की प्लेट से कवर किया जाता है, जिसका मोटाई 10 μm है?

*(e)* Consider a heteronuclear diatomic molecule with moment of inertia $I$. Using classical statistical mechanics, calculate the specific heat $C(T)$ of this system at temperature $T$. (Consider only the rotational motion of the molecule.) 6

एक विषम नाभिकीय द्विपरमाणुक अणु पर विचार करें जिसका जड़त्व आघूर्ण (मोमेंट ऑफ इनर्शिया) $I$ है। क्लासिकल सांख्यिकीय यांत्रिकी का उपयोग करते हुए, इस प्रणाली (सिस्टम) का तापमान (टेम्परेचर) $T$ पर विशिष्ट ऊष्मा $C(T)$ का मान निकालें। (केवल अणु की घूर्णन गति को धारणा में रखें।)

**2.** Examine the scattering produced by a repulsive central force $f = \frac{x}{r^3}$. Show that the differential cross-section is given by

$$\sigma(\theta)\,d\theta = \frac{k}{2E}\,\frac{(x-1)\,dx}{x^2(2-x)^2 \sin \pi x}$$

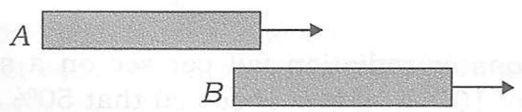
where $x$ is the ratio of $\theta/\pi$ and $E$ is the energy. 14

एक प्रतिकर्षण केन्द्रीय बल $f = \frac{x}{r^3}$ द्वारा उत्पन्न प्रकीर्णन की जाँच करें। दिखायें कि डिफरेन्शियल क्रॉस-सेक्शन दिया गया है

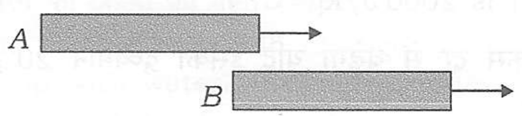
$$\sigma(\theta)\,d\theta = \frac{k}{2E}\,\frac{(x-1)\,dx}{x^2(2-x)^2 \sin \pi x}$$

जहाँ $x$, $\theta/\pi$ का अनुपात है और $E$ उर्जा है।

**3.** Two spaceships $A$ and $B$ each of same rest length $L$, are moving in the same direction with speeds $\frac{4c}{5}$ and $\frac{3c}{5}$ respectively where $c$ is the speed of light. Calculate the time taken by spaceship $A$ as measured by $B$ to overtake $B$ completely. (See figure below.) 14




दो अंतरिक्ष यान $A$ और $B$, जिनमें प्रत्येक की रेस्ट लेंथ $L$ है, और एक ही दिशा में क्रमशः $\frac{4c}{5}$ और $\frac{3c}{5}$ की गति से चल रहे हैं, जहाँ $c$ प्रकाश की चाल है। अंतरिक्ष यान $A$ द्वारा अंतरिक्ष यान $B$ को पूरी तरह से ओवरटेक करने में लिया गया समय की गणना करें, जैसा कि $B$ द्वारा मापा जाता है। (निचे दिए गए चित्र को देखें।)



4. *(a)* What do you understand by the covariance of Maxwell's equations? 6

मैक्सवेल के समीकरणों के सहप्रसरण (को–वैरिएंस) से आप क्या समझते हैं?

*(b)* Using the Maxwell's equations in tensor form, write the covariant $F_{\mu\nu}$ and contravariant $F^{\mu\nu}$ components of electromagnetic field tensor in matrix form. 8

प्रदिश (टेंसर) के रूप में मैक्सवेल के समीकरणों का उपयोग करते हुए, विद्युतचुम्बकीय क्षेत्र टेंसर के सहसंयोजन $F_{\mu\nu}$ और विरोधाभासी (कॉन्ट्रावेरिएंट) $F^{\mu\nu}$ घटकों को मैट्रिक्स के रूप में लिखें?

5. An amount of charge $q$ is uniformly spread out in a layer on the surface of a disc of radius $a$.

आवेश (चार्ज) $q$ की मात्रा एक डिस्क, जिसकी त्रिज्या $a$ है, की सतह पर एक परत में समान रूप से फैली हुई है।

*(a)* Use elementary methods based on the azimuthal symmetry of the charge distribution to find the potential at any point on the axis of symmetry. 7

सममिति के अक्ष (एक्सीस ऑफ सिमेट्री) पर किसी भी बिंदु पर विभव (पोटेंशियल) ज्ञात कीजिए जिसके लिए आवेश वितरण की अज़ीमुथल समरूपता पर आधारित प्राथमिक विधियों का उपयोग करें।

*(b)* With the aid of *(a)*, find an expression for the potential at any point $r(|r|>a)$ as an expansion in angular harmonics. 7

*(a)* की सहायता से कोणीय हार्मोनिक्स में प्रसरण के रूप में किसी भी बिंदु $r(|r|>a)$ पर पोटेंशियल के लिए एक्सप्रेसन ज्ञात करें।

6. *(a)* A parallel beam of monochromatic light of wavelength 600 nm is incident normally on a surface.

600 nm तरंगदैर्घ्य वाले मोनोक्रोमैटिक प्रकाश का एक समानांतर पुंज एक सतह पर सामान्य रूप से आपतित होता है।

*(i)* How many photons or radiation fall per sec on a surface in order to produce a force of $10^{-6}$ N, if it is observed that 50% of incident photon are reflected by the surface? 5

यदि यह देखा जाए कि 50% आपतित फोटॉन सतह से परिवर्तित होते हैं, तो $10^{-6}$ N का बल उत्पन्न करने के लिए सतह पर प्रति सेकेंड कितने फोटॉन या विकिरण गिरते हैं?

*(ii)* At what rate will temperature of the plate rise if its mass is 20 gm and specific heat is 2000 J/kg °C? 4

प्लेट का तापमान किस दर से बढ़ेगा यदि इसका द्रव्यमान 20 gm और विशिष्ट ताप 2000 J/kg °C है?

(b) A flask is filled with 13 gm of an ideal gas at 27 °C and its temperature is raised to 52 °C. What will be the mass of the gas that has to be released to maintain the temperature of the gas in the flask at 52 °C and the pressure remaining the same? 5

27 °C पर एक फ्लास्क 13 gm आदर्श गैस से भरा हुआ है और इसके तापमान को 52 °C तक बढ़ा दिया जाता है। फ्लास्क में गैस का तापमान 52 °C पर बनाए रखने और दबाव समान रहने के लिए छोड़ी जाने वाली गैस का द्रव्यमान क्या होगा?

7. (a) A system, maintained at constant volume, is brought in contact with a thermal reservoir at temperature $T_f$. If the initial temperature of the system is $T_i$, then calculate the change in the total entropy ($\Delta S$). You may assume that the specific heat of the system is independent of temperature. 5

एक सिस्टम, जिसका कॉन्सटेंट आयतन बना हुआ है, को तापमान $T_f$ पर एक थर्मल रिजर्वायर (जलाशय) के सम्पर्क में लाया जाता है। यदि सिस्टम (प्रणाली) का प्राथमिक तापमान $T_i$ है, तो कुल इन्ट्रॉपी में परिवर्तन ($\Delta S$) की गणना करें। आप यह मान सकते हैं कि प्रणाली का विशिष्ट उष्मा तापमान पर निर्भर नहीं है।

(b) Assume now that the change in system temperature is brought about through successive contacts with $N$ reservoirs at temperature

$T_i + \Delta T,\ T + 2\Delta T,\ \dots\dots\dots,\ T_f - \Delta T,\ T_f$

where $N\Delta T = T_f - T_i$. What will the change in the total entropy in the limit $N \to \infty$ and $\Delta T \to 0$? 5

अब मान लीजिए कि तापमान $T_i + \Delta T,\ T + 2\Delta T,\ \dots\dots\dots,\ T_f - \Delta T,\ T_f$, पर $N$ रिजर्वायर के साथ क्रमिक संपर्कों के माध्यम से सिस्टम तापमान में परिवर्तन लाया जाता है, जहाँ $N\Delta T = T_f - T_i$, $N \to \infty$ और $\Delta T \to 0$ की परिसीमा में कुल एन्ट्रॉपी में क्या परिवर्तन होगा?

(c) Comment on the difference between (a) and (b) in the light of the second law of thermodynamics. 4

ऊष्मप्रवैगिकी (थार्मोडाइनेमिक्स) के दुसरे नियम के आलोक में (a) और (b) के बीच अंतर पर टिप्पणी करें।

8. Two thin symmetric glass lenses, one biconvex and the other biconcave, are brought into contact with optical power of 0·50 D. Newton's Rings are observed in reflected light with wavelength $\lambda = 0{\cdot}61\ \mu m$.

दो पतले समरूपता वाले ग्लास लेंस, एक उभयोत्तल और दुसरा उभयावतल, 0·50 D की ऑप्टिकल पावर के संपर्क में लाए जाते हैं। परावर्तित प्रकाश में न्यूटन वलय (रिंग) परिलक्षित किए गए हैं, जिसकी तरंगदैर्ध्य $\lambda = 0{\cdot}61\ \mu m$ है।

(a) Determine the radius of the tenth dark ring. 8

टेन्थ (10th) डार्क रिंग की त्रिज्या का मान निकाले।

(b) How the radius of that ring will change when the space between the lenses is filled up with water? (Refractive index of water is 1·33) 6

जब लेंस के बीच का स्थान पानी से भर दिया जाता है तो उस वलय की त्रिज्या कैसे बदल जाएगी? (जल का अपवर्तक सूचकाँक है 1·33)

## SECTION—B

## खंड—B

**9.** Answer the following questions : 6×5=30

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें :

(a) Consider the neutral $H_2$ molecule, which has two protons and two electrons. If both electrons go into the lowest energy bonding state, then explain the Pauli exclusion principle. What is the total spin in ground state and first excited state? 6

मान लें न्यूट्रल $H_2$ अणु, जिसमें दो प्रोटॉन और दो इलेक्ट्रॉन हैं। यदि दोनों इलेक्ट्रॉन निम्नतम उर्जा बंध अवस्था में चले जाते हैं, तो पाउली का अपवर्जन का सिद्धान्त की व्याख्या करें। ग्राउंड स्टेट और फर्स्ट एक्साइटेड स्टेट में कुल स्पिन कितना है?

(b) Consider a particle which lies on a circle (its coordinate $x$ takes values in $[0, 2\pi R]$ and we identify $x \approx x + 2\pi R$). Let assume that the wave function of the particle is periodic in $x : \psi(x + 2\pi R) = \psi(x)$. What set of values can its momentum take? If it is not periodic (e.g. $\psi(x + 2\pi R) = e^{i\varphi}\psi(x)$), what will happen? 6

मान लें कि एक कण वृत्त पर स्थित है (इसका निर्देशांक $x$ का मान $[0, 2\pi R]$ में है और $x \approx x + 2\pi R$) स्पष्ट है)। मान लें कि कण का वेवफंक्शन (तरंग फलन) $x : \psi(x + 2\pi R) = \psi(x)$ में अवधिक पीरियोडिक है। इसका संवेग मानों का कौन-सा समुच्चय (सेट) ले सकता है? यदि यह अवधिक नहीं है (e.g. $\psi(x + 2\pi R) = e^{i\varphi}\psi(x)$), तो क्या होगा?

(c) Consider the ground state of a dumbbell-shaped molecule : mass of each nucleus = $1{\cdot}7 \times 10^{-24}$ gm, equilibrium nuclear separation = 0·75 Å. Treat the nuclei as distinguishable. Calculate the energy difference between the first two rotational levels for this molecule. Take $\hbar = 1{\cdot}05 \times 10^{-27}$ erg-sec. 6

डंबल के आकार के अणु की मूल अवस्था की परिकल्पना करें : प्रत्येक नाभिक (न्यूक्लियस) का द्रव्यमान = $1{\cdot}7 \times 10^{-24}$ gm, इक्विलिब्रियम न्यूक्लियर सेपरेसन (संतुलन परमाणु पृथक्करण) = 0·75 Å। न्यूक्लेयी को अलग-अलग समझें। इस अणु के लिए पहले दो घूर्णी स्तरों (रोटेशनल लेवेल) के बीच उर्जा अंतर की गणना करें। $\hbar = 1{\cdot}05 \times 10^{-27}$ erg-sec ले सकते हैं।

(d) Explain why baryon of spin 1 and an antibaryon of electric charge +2 cannot exist according to the quark model. 6

समझाएँ कि क्यों क्वार्क मॉडल के अनुसार स्पिन 1 का बेरियन और विद्युत आवेश +2 का एंटीबेरियन मौजुद नहीं हो सकता है।

(e) A tritium atom in its ground state beta decays to $He^+$. Immediately after the decay, what is the probability that the helium ion is in its ground state, and in $2p$ state? 6

एक ट्रीटियम परमाणु अपनी मूल अवस्था में बीटा (β) क्षय करता है $He^+$ में। क्षय के तुरंत बाद क्या प्रायिकता है कि हिलियम आयन अपने मूल अवस्था और $2p$ अवस्था में है?

**10.** Consider a step functional potential $V(x) = V\,\Theta(x)$ and particles of energy $E > V$ incident on it from both sides simultaneously. The wave function is

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, & x < 0 \\ Ce^{iqx} + De^{-iqx}, & x > 0 \end{cases}$$

where $k \equiv \sqrt{\dfrac{2mE}{\hbar^2}}$ and $q \equiv \sqrt{\dfrac{2m(E-V)}{\hbar^2}}$.

मान लें स्टेप फंक्शनल पोटेंशियल $V(x) = V\,\Theta(x)$ और पार्टिकल ऑफ एनर्जी $E > V$ एक साथ दोनों आपतित होती है। वेव फंक्शन (तरंग फलन) है

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, & x < 0 \\ Ce^{iqx} + De^{-iqx}, & x > 0 \end{cases}$$

जहाँ $k \equiv \sqrt{\dfrac{2mE}{\hbar^2}}$ और $q \equiv \sqrt{\dfrac{2m(E-V)}{\hbar^2}}$ ।

(a) Determine two relations among the coefficients $A$, $B$, $C$ and $D$ from the continuity of the wave function and of its derivative at the point $x = 0$. 5

बिन्दु $x = 0$ पर तरंग फलन और इसके अवकलज (डेरीवेटीव) की निरंतरता से गुणांक $A$, $B$, $C$ और $D$ के बीच दो संबंध निर्धारित करें।

(b) Determine the matrix $U$ defined by the relation

$$\begin{pmatrix} \sqrt{q}C \\ \sqrt{k}B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{k}A \\ \sqrt{q}D \end{pmatrix}$$

Show that $U$ is a unitary matrix. 5

निम्न संबंध (रिलेशन) द्वारा परिभाषित मैट्रिक्स (आव्युह) $U$ निर्धारित करें।

$$\begin{pmatrix} \sqrt{q}C \\ \sqrt{k}B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{k}A \\ \sqrt{q}D \end{pmatrix}$$

दिखाएँ की $U$ एक एकात्मक आव्युह है।

(c) Write down the probability current conservation and show that it is directly related to the unitarity of the matrix $U$. 4

प्रोबेबिलिटी (प्रायिकता) करंट कंजर्वेशन लिखें और दिखाएँ कि यह आव्युह (मैट्रीक्स) $U$ का एकात्मकता (युनीटेरिटी) से सिधा संबंधित है।

11. (a) The probability of finding the electron somewhere inside a shell of radius $r$ and of thickness $dr$ is proportional to $|R_{n,1}(r)|^2 r^2 dr$. The factor $|R_{n,1}(r)|^2$ gives the probability density at radius $r$ while the factor $r^2\, dr$ is proportional to the volume of the shell. For the 1s state of hydrogen, at what radius is the maximum of $|R_{n,1}(r)|^2 r^2$? 4

त्रिज्या $r$ और मोटाई $dr$ के एक सेल (shell) के अंदर कहीं भी इलेक्ट्रॉन मिलने की प्रायिकता $|R_{n,1}(r)|^2 r^2 dr$ के समानुपाती होती है। कारक (फैक्टर) $|R_{n,1}(r)|^2$ त्रिज्या $r$ पर प्रायिकता घनत्व देता है जबकि कारक $r^2\, dr$ सेल के आयतन के समानुपाती होता है। हाइड्रोजन की 1s अवस्था (स्टेट) के लिए, किस त्रिज्या पर अधिकतम है $|R_{n,1}(r)|^2 r^2$?

(b) Calculate the expectation value $\langle r \rangle$ for the ground state of hydrogen. How does this result compare with the result found using the Bohr theory? 4

हाइड्रोजन की मूल अवस्था के लिए अपेक्षा मान $\langle r \rangle$ की गणना करें। बोर (Bohr) के सिद्धांत का उपयोग करके प्राप्त परिणाम के साथ इस परिणाम की तुलना कैसे होती है?

(c) Evaluate the expectation value $\langle 1/r \rangle$ for the ground state of hydrogen. How does this result compare with the result found using the Bohr theory? Comment on how $\langle 1/r \rangle$ compares to $1/\langle r \rangle$. 3

हाइड्रोजन की मूल अवस्था के लिए अपेक्षा मान $\langle 1/r \rangle$ का मूल्यांकन करें। बोर के सिद्धांत का उपयोग करके प्राप्त परिणाम के साथ इस परिणाम की तुलना कैसे होती है? टिप्पणी करें कि $\langle 1/r \rangle$, $1/\langle r \rangle$ से तुलना कैसे करता है।

(d) Evaluate the expectation value $\left\langle 1/r^2 \right\rangle$ for the ground state of hydrogen. Note the following useful formula, valid for integer $n > 0$ : 3

$$\int_0^\infty r^n e^{-ar}\, dr = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

हाइड्रोजन की मूल अवस्था के लिए अपेक्षा मान $\left\langle 1/r^2 \right\rangle$ का मूल्यांकन करें। निम्नलिखित उपयोगी सूत्र नोट करें, पुर्णांक (इंटीजर) $n > 0$ के लिए मान्य :

$$\int_0^\infty r^n e^{-ar}\, dr = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

12. For light nuclei in shell model—

सेल मॉडल में हल्का नाभिक के लिए—

*(a)* Using the harmonic oscillator shell model, describe the expected configurations for the ground states of the light stable nuclei with $A \leq 4$, specifying also their total $L$, $S$, $J$ and $T$ quantum numbers and parity. 5

हार्मोनिक ऑसिलेटर सेल मॉडल का उपयोग करते हुए, $A \leq 4$ के साथ हल्का स्थिर नाभिक के मूल अवस्था के लिए अपेक्षित विन्यास का वर्णन करें। उसका टोटल (कुल) $L$, $S$, $J$ और $T$ क्वांटम संख्या और समता निर्दिष्ट करें।

*(b)* For $^4$He, what states do you expect to find at about one oscillator quantum of excitation energy? 5

$^4$He के लिए आप किस अवस्था में उत्तेजन उर्जा की लगभग एक ऑसिलेटर क्वांटम खोजने की उम्मीद करते हैं?

*(c)* Which radioactive decay modes are possible for each of these states? 4

इन अवस्थाओं में से प्रत्येक के लिए कौन-से रेडियोधर्मी क्षय मोड संभव है?

13. The magnetic susceptibility is measured on a diamagnetic sample, which is suspected to be contaminated by Mn. The measurement gave the following results :

चुंबकीय संवेदनशीलता को एक प्रतिचुंबकीय नमूने पर मापा जाता है, जिसके Mn द्वारा दूषित होने का संदेह है। मेजरमेंट (माप) के द्वारा निम्न परिणाम निकले :

| T(K) | 300 | 180 | 145 | 115 |
|---|---|---|---|---|
| $\chi(SI) \times 10^{-6}$ | −8·88 | −8·50 | −8·24 | −7·86 |

*(a)* Show that the sample contains a paramagnetic contamination. 5

दिखाएँ कि नमूने में एक अनुचुंबकीय संदूषण है।

*(b)* Calculate the concentration of Mn under the assumption that they occur as $Mn^{2+}$ ions with $(3d^5)$ configurations. 5

Mn की सांद्रता की गणना इस धारणा के तहत करें कि वे $Mn^{2+}$ आयनों के रूप में $(3d^5)$ विन्यास के साथ है।

*(c)* Determine the diamagnetic susceptibility of the substrate. 4

सब्सट्रेट की प्रतिचुंबकीय संवेदनशीलता को निर्धारित करें।

**14.** The primitive translation vectors of a hexagonal space lattice may be taken as

$$a_1 = \left(\frac{3^{\frac{1}{2}}a}{2}\right)\hat{x} + \left(\frac{a}{2}\right)\hat{y}$$

$$a_2 = -\left(\frac{3^{\frac{1}{2}}a}{2}\right)\hat{x} + \left(\frac{a}{2}\right)\hat{y}$$

$$a_3 = c\hat{z}$$

एक षट्कोणीय त्रिविम जालक (हेक्सागोनल स्पेश लैटिस) के प्रिमिटिव ट्रांसलेशन वेक्टर

$$a_1 = \left(\frac{3^{\frac{1}{2}}a}{2}\right)\hat{x} + \left(\frac{a}{2}\right)\hat{y}$$

$$a_2 = -\left(\frac{3^{\frac{1}{2}}a}{2}\right)\hat{x} + \left(\frac{a}{2}\right)\hat{y}$$

$$a_3 = c\hat{z}$$

के रूप में लिया जा सकता है।

*(a)* Find the volume of the primitive cell. 6

प्रिमिटिव सेल का आयतन ज्ञात करें।

*(b)* Show that the primitive translations of the reciprocal lattice are 8

दिखाएँ कि पारस्परिक लैटीस के प्रिमिटिव ट्रांसलेसन हैं :

$$b_1 = \left(2\pi / 3^{\frac{1}{2}}a\right)\hat{x} + (2\pi / a)\hat{y}$$

$$b_2 = -\left(2\pi / 3^{\frac{1}{2}}a\right)\hat{x} + (2\pi / a)\hat{y}$$

$$b_3 = (2\pi / c)\hat{z}$$

15. If the proton is approximated as a uniform charge distribution in a sphere of radius $R$, show that the shift of an $s$-wave atomic energy level in the hydrogen atom, from the value it would have for a point proton, is approximately $\Delta E_{ns} \approx \frac{2\pi}{5} e^2 \,|\psi_{ns}(0)|^2 R^2$, using the fact that the proton radius is much smaller than the Bohr radius. Why is the shift much smaller for non-$s$ states?

The $2s$ hydrogenic wave function is

$$(2a_0)^{-3/2}\pi^{-1/2}\left(1-\frac{r}{2a_0}\right)\exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right)$$

What is the approximate splitting (in eV) between the $2s$ and $2p$ levels induced by this effect? [$a_0 \approx 5 \times 10^{-9}$ cm for H, $R \approx 10^{-13}$ cm] 14

यदि प्रोटॉन को त्रिज्या $R$ के गोले में एकसमान आवेश वितरण के रूप में अनुमानित किया जाता है, तो दिखाएँ उर्जा स्तर की शिफ्ट, एक बिन्दु प्रोटॉन के लिए उसके मान से, लगभग $\Delta E_{ns} \approx \frac{2\pi}{5} e^2 \,|\psi_{ns}(0)|^2 R^2$ है, इस तथ्य का उपयोग करते हुए कि प्रोटॉन त्रिज्या बोर (Bohr) त्रिज्या से बहुत छोटा है। Non-$s$ अवस्था के लिए शिफ्ट बहुत छोटा क्यों है?

$2s$ हाइड्रोजेनिक तरंग फलन है :

$$(2a_0)^{-3/2}\pi^{-1/2}\left(1-\frac{r}{2a_0}\right)\exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right)$$

इस प्रभाव से प्रेरित $2s$ और $2p$ स्तरों के बीच अनुमानित विभाजन (eV में) क्या है?

[H के लिए $a_0 \approx 5 \times 10^{-9}$ cm, $R \approx 10^{-13}$ cm]

16. (a) Prove that the Weigner-Seitz cell for any 2-dimensional Bravias lattice is either a rectangle or hexagon. 5

साबित करें कि किसी भी 2-आयामी ब्रेवियस (Bravias) लैटिस के लिए वीग्नर-सीज़ सेल या तो आयत है या षट्भुज है।

(b) Show that the ratio of the lengths of diagonals of each parallelogram face of the Weigner-Seitz cell for the face centered cubic lattice is $\sqrt{2}:1$. 3

दर्शाइए कि फलक केंद्रित घन लैटिस (जालक) के लिए विग्नर सीज़ सेल के प्रत्येक समानांतर चतुर्भुज फलक के विकर्णों की लंबाई का अनुपात $\sqrt{2}:1$ है।

(c) Show that every edge of the polyhedron bounding the Weigner-Seitz cell of the cubic lattice is $\frac{\sqrt{2}}{4}$ times the length of the conventional cubic cell. 3

दर्शाएँ कि क्यूबिक लैटिस के विग्नर-सीज़ सेल को बाध्य करने वाले पॉलीहेड्रान का प्रत्येक सीमांकन (bounding) कान्वेंशनल क्यूबिक सेल की लंबाई का $\frac{\sqrt{2}}{4}$ गुना हैं।

(d) Show that the angle between any two lines (Bonds) joining a site of a diamond lattice to its 4 nearest neighbours is $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right) = 109°28'$. 3

दर्शाएँ कि डाइमंड लैटीस के स्थान को उसके 4 निकटतम पड़ोसियों से मिलाने वाली किन्ही दो रेखाओं के बीच का कोण $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right) = 109°28'$ है।

★★★